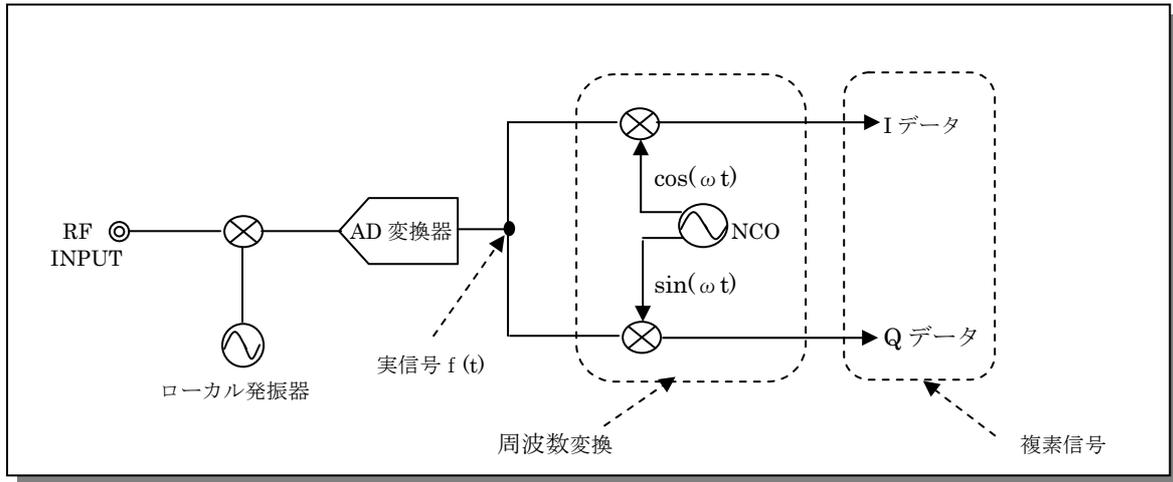


2014 年 10 月 24 日

マイクロニクス株式会社

シグナルアナライザ（リアルタイムスペクトラムアナライザ）MSA500 シリーズでは入力信号は IQ 信号に変換された後、デジタル信号処理が施されて、その結果が画面に表示される。

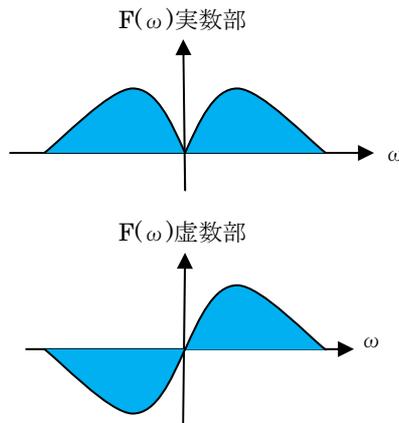
本稿では、IQ データについて説明する。



NCO : 数値制御発振器 (Numerical Controlled Oscillator)。ROM データあるいはソフトウェアで演算された $\cos(\omega t)$ および $\sin(\omega t)$ のデータを出力する。

AD 変換されたデジタル信号 $f(t)$ は実信号である。

この実信号 $f(t)$ をフーリエ変換する \Rightarrow 周波数スペクトル $F(\omega)$ は ω 軸で対称となる。



つまり、対称ということは片側のスペクトルだけで信号 $f(t)$ の全情報を含んでいることになる。

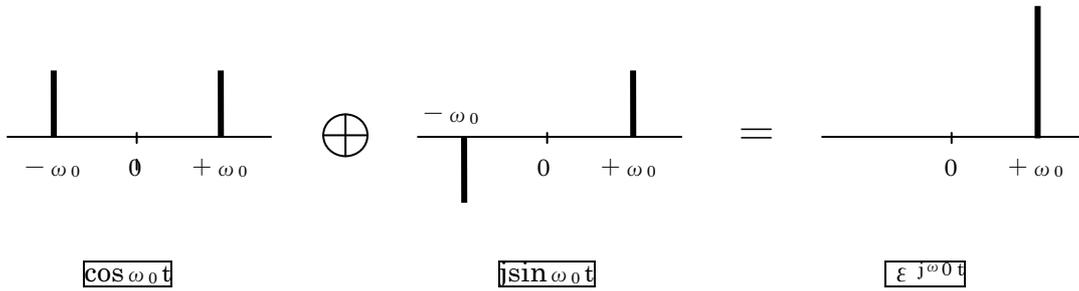
言い換えれば、 $f(t)$ が実信号だと情報の半分しか得られないと言える。



従って、フーリエ変換では出力の正負のそれぞれが有効データである複素信号を扱う。

周波数変換と複素信号の生成

簡単な実信号の例として、 $f(t) = \cos \omega_0 t$ を考える。

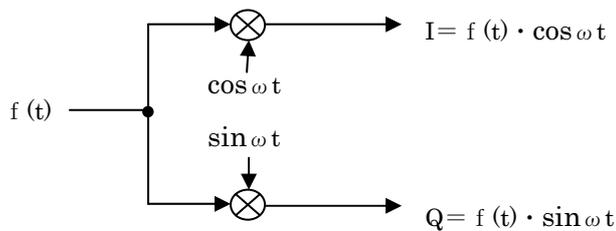


正の周波数成分だけを取り出した**解析信号**は、実部が元の \cos で虚部が \sin である複素数になる。



解析信号とは、複素信号あるいは直交信号である。

下図は実信号 $f(t)$ が周波数変換されるのと同時に複素信号に変換される回路を示している。



通常、複素信号同志の掛け算の場合；

$$(a + jb) \cdot (c + jd) = (ac - bd) + j(ad + bc)$$

上式が示すように、 ac 、 bd 、 ad 、 bc の 4 個の掛算器が必要である。しかし、入力の実信号の場合は $b=0$ の為、 ac と ad の 2 個の掛算器で済む。これが上図である。ちなみに、 $a = f(t)$ 、 $c = \cos \omega t$ 、 $d = \sin \omega t$ である。

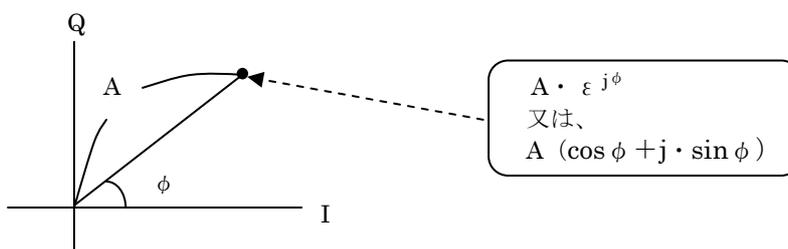
上図によれば、実信号の正周波数と負周波数の成分に対し、周波数を持ち上げるように働く。負周波数の成分が正周波数成分になるように持ち上げられれば、出力信号は正周波数成分のみとなる。つまり、直交信号となる。

ゆえに、振幅変化と位相変化を独立して判別することができる。つまり、フィルタも I 、 Q 独立した設置できる。

IQ 直交表示

複素信号は、実部と虚部の直交座標で表現される。

- { 実数軸：I で表現。In-phase の略。
- { 虚数軸：Q で表現。Quadrature の略。



IQ 変換の意義

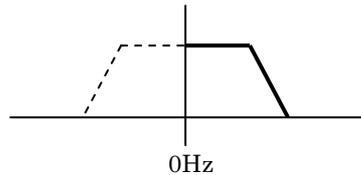
IQ 変換は、実信号を複素信号（直交信号、解析信号）に拡張（変換）するものである。

意義1 同じサンプル周波数でも扱える帯域幅が 2 倍になる。

複素信号では、正負の周波数がそれぞれ有効データのため、実信号に比べ帯域幅が 2 倍になる。

意義2 イメージの影響なしに中心周波数を 0Hz まで移動することができる。

BPF（帯域通過フィルタ）を作成する際、LPF（低域通過フィルタ）を設計すればよい。



意義3 瞬時の位相 $\phi(t)$ を知ることができる。

$$\phi(t) = \tan^{-1} [Q(t)/I(t)] \quad \text{@横軸：時間}$$

意義4 瞬時の周波数 $f(t)$ を知ることができる。

$$\begin{aligned} \text{位相 } \phi(t) &= \omega t \\ &= 2\pi f(t) t \end{aligned}$$

位相 $\phi(t)$ を時間で微分すると、

$$d\phi(t)/dt = 2\pi f(t) \quad \text{但し、時間 } t \text{ に対し } f(t) \text{ の変化が少ないと仮定する。}$$

$$\therefore f(t) = (1/2\pi) d\phi(t)/dt$$

$2\pi = 360^\circ$ 、 $d\phi(t) = \phi_n - \phi_{n-1}$ (ϕ_n : 瞬時位相、 ϕ_{n-1} : 1つ前の位相)、 $dt = T_s$ (サンプリングレート) なので;

$$\therefore f(t) = (\phi_n - \phi_{n-1}) / 360T_s \quad \text{@横軸：時間}$$

※ サンプリングレート T_s ($1/f_s$)

$$f_s : 34\text{MHz} \text{ @ } 20\text{MHz} \text{ スパン}$$

$$17\text{MHz} \text{ @ } 10\text{MHz} \text{ スパン}$$

∫

意義5 瞬時のパワー $P(t)$ を知ることができる。

$$P(t) = [I(t)^2 + Q(t)^2] / 50 \quad \text{@横軸：時間}$$

IQ で通信の変復調を表現

以上の説明で、IQ 変換すると、複素フーリエ変換ができること、および位相対時間、周波数対時間、パワー対時間などのタイムドメイン解析ができることが分かった。

それでは、通信における信号変調ではどうか。情報を符号化するために搬送波（キャリア波）である正弦波（あるいは余弦波）を下記のように変化させる。

$$\text{変調信号} = \underbrace{A_c(t)}_{\substack{\uparrow \\ \text{振幅変調}}} \cdot \cos(2\pi \underbrace{f_c(t)}_{\substack{\uparrow \\ \text{周波数変調}}} t + \underbrace{\phi(t)}_{\substack{\uparrow \\ \text{位相変調}}})$$

上式を IQ に変換すると ;

$$\begin{cases} I = A_c(t) \cdot \cos\{2\pi f_c(t) t + \phi(t)\} \cdot \cos \omega t \\ \quad = A_c(t)/2 \cdot [\cos\{(\omega + \omega_c)t + \phi(t)\} + \cos\{(\omega - \omega_c)t - \phi(t)\}] \quad \text{但し、} 2\pi f_c(t) = \omega_c \\ Q = A_c(t) \cdot \cos\{2\pi f_c(t) t + \phi(t)\} \cdot \sin \omega t \\ \quad = A_c(t)/2 \cdot [\sin\{(\omega + \omega_c)t + \phi(t)\} + \sin\{(\omega - \omega_c)t - \phi(t)\}] \quad \text{但し、} 2\pi f_c(t) = \omega_c \end{cases}$$

↓ 後段の LPF (低域通過フィルタ) で高域側をカットすると

$$\begin{cases} I = A_c(t)/2 \cdot \cos\{(\omega - \omega_c)t - \phi(t)\} \\ Q = A_c(t)/2 \cdot \sin\{(\omega - \omega_c)t - \phi(t)\} \end{cases}$$

(1) 振幅変調波 (AM)

$\omega = \omega_c$ 、 $\phi(t) = 0$ とすると ;

$$\begin{cases} I = A_c(t)/2 \\ Q = 0 \end{cases}$$

∴ AM 信号 $A_c(t) = 2 \times I$

(2) 周波数変調波 (FM)

$A_c(t) = A$ (一定)、 $\omega_c = \omega - \Delta \omega$ ($\Delta \omega$: 信号波)、 $\phi(t) = 0$ とすると ;

$$\begin{cases} I = A/2 \cdot \cos \Delta \omega \\ Q = A/2 \cdot \sin \Delta \omega \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(Q/I) &= \tan^{-1}(\sin \Delta \omega / \cos \Delta \omega) \\ &= \tan^{-1}(\tan \Delta \omega) \\ &= \Delta \omega \quad (= 2\pi \Delta f) \end{aligned}$$

∴ FM 信号 $\Delta f = (1/2\pi) \times \tan^{-1}(Q/I)$

(3) 位相変調波 (PM)

$A_c(t) = A$ (一定)、 $\omega = \omega_c$ とすると ;

$$\begin{cases} I = A/2 \cdot \cos \phi(t) \\ Q = -A/2 \cdot \sin \phi(t) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(Q/I) &= \tan^{-1}(-\sin \phi(t) / \cos \phi(t)) \\ &= \tan^{-1}(-\tan \phi(t)) \\ &= -\phi(t) \end{aligned}$$

∴ PM 信号 $\phi(t) = -\tan^{-1}(Q/I)$